

1. Введение. Основные принципы линейной строительной механики. Виды нелинейности в задачах расчёта конструкций

1^o Основная задача строительной механики состоит в создании методов расчета конструкций на прочность, жесткость и устойчивость, обеспечивающих безопасность, надежность и долговечность их эксплуатации, а также экономичность.

Методы расчёта конструкций основываются на расчётных моделях (расчётных схемах, расчётных предпосылках), которые включают следующие модели:

- модели формы (стержень, пластина, оболочка, массивное тело);
- модели материала (упругость, пластичность, однородность, сплошность, изотропность и т.д.);
- модели нагрузок (сосредоточенные, распределённые, статические, динамические и т.д.);
- модели внешних и внутренних связей (жёсткие, податливые, шарнирные, односторонние и т.д.);
- модели предельных состояний (теории прочности и пластичности, модели разрушения, модели потери устойчивости и т.д.).

На практике, когда это возможно, инженеры предпочитают использовать наиболее простые расчётные модели, приводящие к линейным уравнениям и математическим соотношениям между компонентами, описывающими напряжённо-деформированное состояние конструкции.

В строительной механике различают три типа основных уравнений:

- уравнения равновесия (статические уравнения);
- уравнения, связывающие деформации и перемещения (геометрические уравнения);
- уравнения, связывающие напряжения и деформации (физические уравнения).

В современном строительном проектировании возникают задачи применения новых конструкционных материалов и новых конструктивных форм, вскрытие резервов прочности для создания более экономичных конструкций требует усложнения расчётных моделей. Применение компьютеров и численных методов (прежде всего метода конечных элементов) позволяют рассчитывать конструкции в нелинейной постановке.

2^o Основные принципы, положенные в основу линейной строительной механики впервые сформулировал Навье:

1. Принцип отвердения. Расчет выполняется по заданному (начальному) недеформированному состоянию, а не по известному деформированному состоянию. Согласно этому принципу отождествляются форма и размеры конструкции до и после деформации.

2. Принцип малости перемещений. Перемещения малы по сравнению с определяющими геометрическими размерами конструкции.

Зависимость между компонентами напряжений и деформаций задается упруго-линейным законом Гука. Такая идеализация свойств материала является наиболее простой и дает возможность применения *принципа независимости действия сил*, за счет чего возможны различные упрощения при расчете конструкций.

В действительности форма и размеры конструкции при определенных нагрузках существенно изменяются, и *принцип отвердения* становится неприменимым и приходится отказываться от предпосылки расчета *по недеформируемому состоянию*.

Большинство конструкционных материалов в определенном диапазоне деформаций имеют диаграмму деформирования (зависимость между напряжением и деформацией) близкую к линейной (закон Гука). При более полном использовании прочностных свойств материала возникает необходимость применения физически нелинейных моделей. Кроме этого отдельные материалы (например, бетон) с самого начала деформирования проявляют нелинейный характер поведения под нагрузкой.

Учет особенностей деформирования материалов конструкций позволяет приблизить теоретические прогнозы к реальному их поведению. Имеется целый ряд примеров, когда игнорирование указанных особенностей в расчетах приводило к существенным расхождениям с натурой.

3^o При расчёте конструкций различают следующие виды нелинейностей:

- физическая нелинейность;
- геометрическая нелинейность;
- конструктивная нелинейность;
- генетическая (инженерная) нелинейность.

Физическая нелинейность обуславливается применением нелинейных зависимостей напряжение-деформация

$$\sigma = f(\varepsilon).$$

При назначении расчётной модели материала следует учитывать два фундаментальных явления – *упругость* и *неупругость (пластичность)*.

Упругость характеризуется полным исчезновением деформаций после разгрузки (рис. 1.а). *Пластичность* характеризуется способностью деформируемого тела получать остаточные (пластические) деформации, которые не исчезают после снятия нагрузки (рис. 1.б).

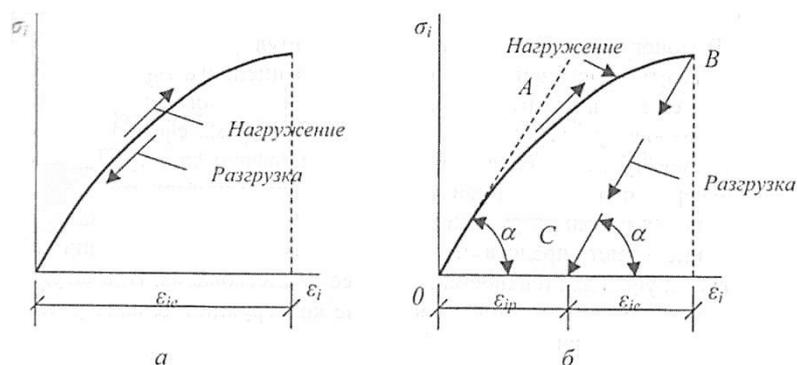


Рис. 1.1

Различают *активную* деформацию, возникающую в процессе нагружения тела, и *пассивную*, развивающуюся при разгрузке.

Для упрощения решения задач с упругопластическим поведением материала была сформулирована гипотеза о нелинейно-упругом теле. Эта гипотеза основана на теореме, доказанной Л.М. Качановым [...]: *при активной пластической деформации поведение упругопластического тела неотличимо от поведения нелинейно-упругого тела с такой же зависимостью между напряжениями и деформациями.*

Геометрическая нелинейность – линейные и угловые перемещения конструкции или/и деформации вызывают значительное изменение ее геометрии, так что уравнения равновесия или/и уравнения связывающие перемещения с деформациями приходится составлять с учетом изменения формы и размеров конструкции, т. е. по *деформированной схеме*.

Пример геометрической линеаризации задачи: изгиб консольной балки (рис. 1.2).

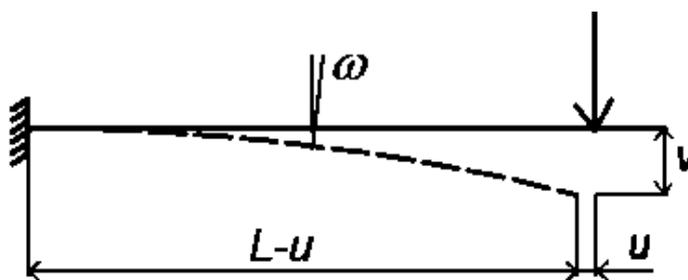


Рис. 1.2

Основные предположения линеаризации: вертикальные перемещения (прогибы) малы по сравнению с длиной балки; углы поворота сечений малы; горизонтальные перемещения вследствие изменения геометрии малы и принимаются равными нулю; квадраты углов поворотов малы по сравнению с единицей. В результате кривизна балки, а следовательно изгибающий момент линейно связаны с функцией прогибов.

Конструктивная нелинейность возникает вследствие конструктивных особенностей системы, вызывающих изменение расчетной схемы в процессе

ее деформирования (изменяются условия закрепления, выключаются из работы или включаются те или иные элементы конструкции и т. д.). Конструктивная нелинейность присуща конструкции при разрушении, когда связи выключаются из работы. Примеры расчётных схем при наличии конструктивной нелинейности представлены на рис. 1.3.

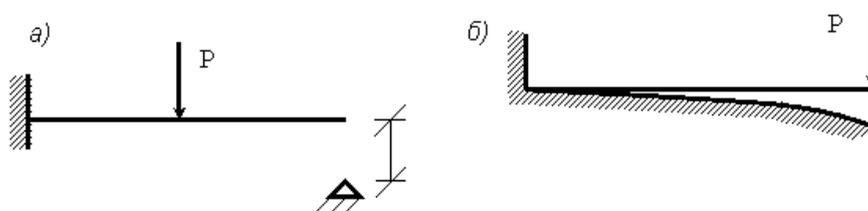


Рис. 1.3. Изменения расчётной схемы при конструктивной нелинейности: а) – скачкообразное; б) – непрерывное

Генетическая (инженерная) нелинейность связана с этапами создания конструкции (монтаж), в процессе которого в том или ином порядке могут устанавливаться или удаляться отдельные элементы системы, прикладываться или удаляться нагрузки, т. е. переход с одного этапа монтажа к другому сопровождается изменением расчётной схемы. На этапах монтажа производится суммирование компонент НДС. Не смотря на то, что каждый этап описывается соотношениями линейной строительной механики, в целом, за счёт изменения расчётной схемы, задача является нелинейной.

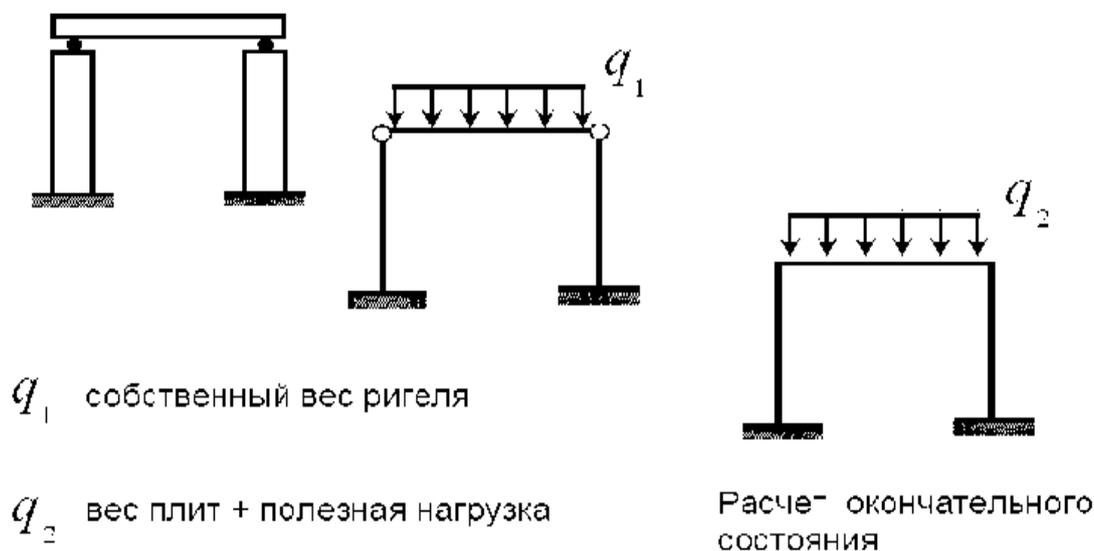


Рис. 1.4. Пример изменения расчётной схемы конструкции

4^o Принимая решение об использовании нелинейной расчётной модели необходимо учитывать особенности нелинейных расчетов, основные из которых приведены в таблице 1 [...].

Таблица 1.

| н/п | Особенность | Линейные задачи | Нелинейные задачи |
|-----|---|--|---|
| 1 | Зависимость смещений от нагрузки | Смещения линейно зависят от приложенной нагрузки | Зависимость смещения от нагрузки нелинейная |
| 2 | Связь между напряжением и деформацией | Принимается линейная зависимость между напряжением и деформацией | В задачах, где рассматривается физическая нелинейность, зависимость "напряжение - деформация" может являться нелинейной функцией напряжения, деформации и/или времени |
| 3 | Величина смещения | Изменение в геометрии благодаря смещению считается малым и игнорируется при проверке равновесия | Смещения могут быть не малыми, для проверки равновесия необходимо использовать деформированное состояние |
| 4 | Обратимость | Все деформации полностью обратимы и исчезают при разгрузке системы | После снятия нагрузки состояние системы может отличаться от исходного |
| 5 | Граничные условия | Граничные условия в течение расчета остаются неизменными | Граничные условия могут изменяться, например, меняются площадки контакта. |
| 6 | Последовательность приложения нагрузок | Последовательность приложения нагрузок не важна, заключительное состояние от нее не зависит | Состояние конструкции может зависеть от последовательности приложения нагрузок |
| 7 | Использование результатов | Результаты расчета на разные нагрузки допускают сложение или умножение на некоторые коэффициенты с целью объединения расчетных состояний | Разложение задачи на составляющие воздействия и последующее объединение результатов невозможно |
| 8 | Исходное напряженно-деформированное состояние | Исходное напряженно-деформированное состояние несущественно | Исходное напряженно-деформированное состояние обычно требуется задать, в особенности для нелинейности, связанной с поведением материала |